Einradphysik und Biomechanik

1 Allgemein

1.1 Über den Autor

Ich bin Thomas Gossmann. Seit 2000 fahre ich Einrad-Freestyle. Außerdem trainiere ich Einrad-Freestyle und habe 4 Jahre lang eine Einrad-Gruppenkür trainiert, die bei den BDR-Freestyle-Wettkämpfen die vorderen Plätze belegte.

Ich betreibe mit die wichtigsten Einrad-Websiten, das sind: www.einradfahren.de, www.unicycle.tv und www.iufinc.org.

Seit 2008 studiere ich Sportinformatik an der TU-Darmstadt und bringe mein dort Erlerntes ins Einradfahren mit ein. Dazu prägte ich 2010 den Begriff **UniScience**, unter dem ich seitdem wissenschaftlich angehauchte Artikel veröffentliche.

Kontakt geht über email gossi@einradfahren.de, twitter @unistyler oder facebook facebook.com/tgossmann.

1.2 Versionen

Die aktuellste Version ist zu finden:
http://gos.si/publikationen/Einradphysik_und_Biomechanik-Gossmann.pdf

1.2.1 History

Version vom 14.3.2011:
http://gos.si/publikationen/Einradphysik_und_Biomechanik-Gossmann-20110314.pdf

1.3 Inhaltsverzeichnis

1 Allgemein 2
1.1 Über den Autor 2
1.2 Versionen 2
1.3 Inhaltsverzeichnis 2
2 Das Einrad 3
2.1 Das Standard-Einrad 3
2.2 Einrad-Varianten 4
3 Die Physikalische Sicht auf das Einrad 5
3.1 Die Einrad Pendel 5
3.2 Das labile Gleichgewicht 6
3.3 Der Körperschwerpunkt 6
4 Bewegung 7
4.1 Fahren in der Kurve 7
5 Literatur 11

2 Das Einrad

Einräder werden in vielen verschiedenen Varianten gebaut. In Wettkämpfen wird zumeist das Standard-Einrad verwendet ggf. mit bestimmten Bautechnischen Auflagen je nach Disziplin und Wettkampf. Das restliche Dokument bezieht sich auf das Standard-Einrad.

2.1 Das Standard-Einrad

Definition Standard-Einrad:

> *Das Standard-Einrad besteht aus einem Laufrad mit Mantel, an dessen Nabe ein Paar Kurbeln 180° versetzt, mit jeweils einem Pedal, befestigt sind. An den Lagern der Nabe ist die Gabel in umgekehrter Y-Form montiert, an dessen Oberrohr mit einer Sattelklemme die Sattelstütze gehalten wird. Am Ende der Sattelstütze krönt der Sattel.*

Je nach Argumentation zählen zum Laufrad unterschiedliche Dinge. Wird das Laufrad als der Teil des Einrades verstanden, der die Tretmotorik beinhaltet, so zählen Mantel, Kurbeln und auch Pedale dazu – je nach Auslegung. Diese Form des Laufrads wird im Einradfahren auch als Ultimate Wheel bezeichnet (siehe Kapitel 2.2.1). In der anderen Argumentation gelten Mantel, Kurbeln und Pedale separat. Begründet wird es dadurch, dass diese Teile hoher Verschleiß sind und oft und schnell ausgewechselt werden können. Auf der anderen Seite gibt es die Argumentation, dass das Laufrad in einer Disziplin nahezu identisch ist und Mantel, Kurbeln und Pedale der persönlichen Geschmacks aussucht. Alle Argumentationen besitzen ihre Berechtigung und keine Vermag der anderen in irgendeiner Art überlegen zu sein, die Argumentationen pflegen eine Koexistenz.

Beim Einrad fällt zuerst die Bauweise auf, daher ist zunächst die Betrachtung der einzelnen Bauteile interessant. Die Teile eines Einrades sind:

Abbildung 1: Standard Einrad (mod. nach AJATA)

1. Sattel
2. Sattelstütze
3. Sattelklemme
4. Gabel
5. Kurbeln
6. Pedale
7. Mantel
8. Felge
9. Speichen
10. Nabe

2.2 Einrad-Varianten

Es gibt viele verschiedene Bauarten von Einräder. Einige, der öfter verwendeten Einrad-Varianten, werden hier vorgestellt.

2.2.1 Ultimate Wheel

Das Ultimate Wheel besteht nur aus einem Laufrad und Pedalen. Je nach Bauart sind diese an den Kurbeln eines Laufrads des Standard-Einrad befestigt oder an einem speziellem Rahmen des Ultimate Wheel.

Abbildung 2: Ultimate Wheel (Quelle: AJATA)

2.2.2 Giraffe

Giraffen oder Hocheinrad bestehen aus einer verlängerter Gabel. Der Antrieb erfolgt über eine Kette, die von der Nabe zu den Kurbeln führt.

Abbildung 3: Giraffe (Quelle: AJATA)

3 Die Physikalische Sicht auf das Einrad

Hier werden die physikalischen Eigenschaften des Einrades erklärt.

3.1 Die Einrad Pendel

Das Einrad ist ein Pendel-Konstrukt. Die Pendel sind bisher nicht nachgewiesen, daher werden hier nur Hypothesen vorgestellt.

Hypothese 1:

Das Einrad besteht aus zwei inversen Pendeln. Eine inverses Pendel auf der X-Achse (siehe Abbildung 5), das andere auf der Y-Achse (siehe Abbildung 4). Der Schnittpunkt liegt in der Auflagefläche des Einrades. Jede Achse ist stellt einen Freiheitsgrad dar, im Auflagepunkt liegt also ein räumlich Inverses Pendel vor.

Abbildung 4:
Inverses Pendel Y-Achse (Grafik von Spencer Hochberg)

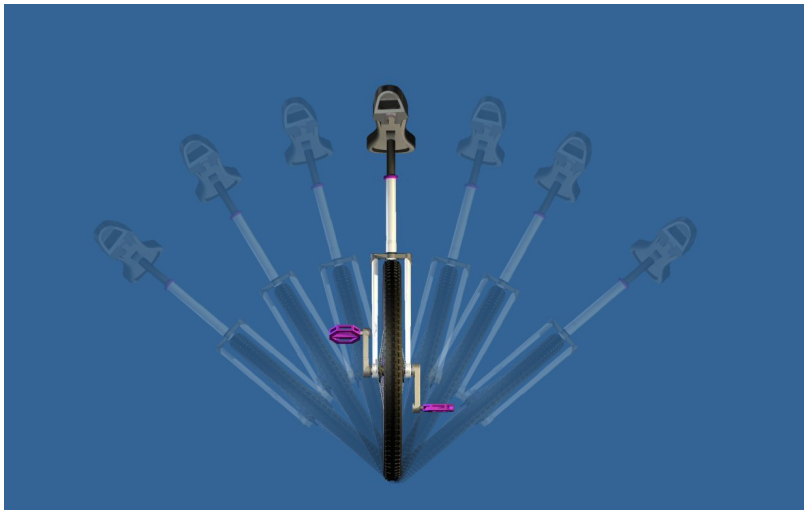
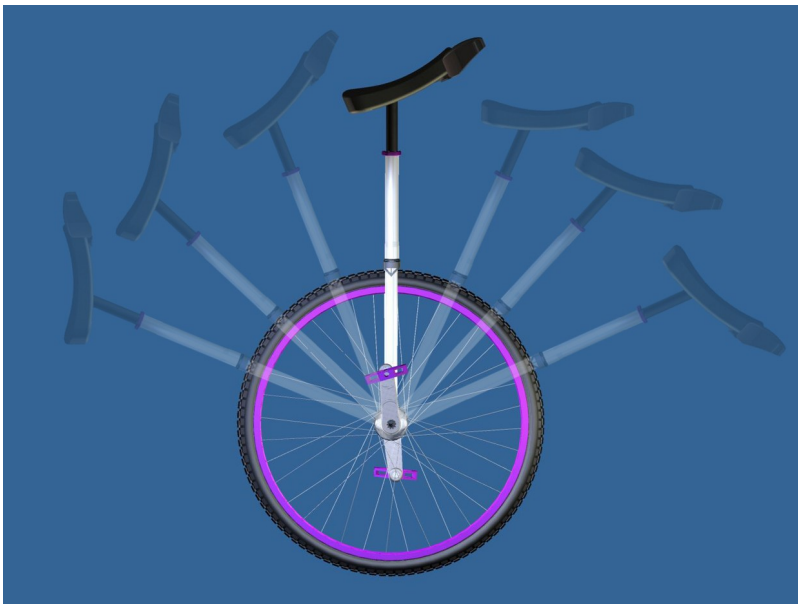


Abbildung 5:
Inverses Pendel X-Achse (Grafik von Spencer Hochberg)



Hypothese 2:

Das Einrad besteht aus einem inversen Doppelpendel. Auflagepunkt und Nabe stellen die Knoten dar. Mit dem Fahrer erweitert sich das Doppelpendel zu einem Dreifachpendel. Im Auflagepunkt ergibt sich ein räumlich Inverses Pendel mit zwei Freiheitsgraden.

Hypothese 3:

Die dritte Hypothese ist eine Kombination aus den ersten beiden Hypothesen.

3.2 Das labile Gleichgewicht

Im Auflagepunkt des Einrades liegt ein labiles Gleichgewicht vor. Der Fahrer kontrolliert die inversen Pendel so, dass der Körperschwerpunkt des Einrades unter dem Körperschwerpunkt des Fahrers liegt. Über diese stetige Tarierung bleibt das labile Gleichgewicht bestehen.

3.3 Der Körperschwerpunkt

Im Körperschwerpunkt (KSP) befindet sich das Zentrum aller Teilmassen. Im KSP kann das Objekt „auf einem Finger“ balanciert werden. Auf dem Einrad gibt es mehrere Körperschwerpunkte. Der KSP des Fahrers, des Einrades und auch den des Gesamtsystems. Während der KSP des Fahrers geklärt ist, sind die beiden anderen noch unbekannt, lässt sich aber berechnen. Interessant ist natürlich der KSP des Gesamtsystems, er richtet sich grob nach dem größten Massezentrum. Der Fahrer hat den größeren Masseanteil und der KSP des Fahrers kann als Ausgangspunkt genutzt werden. Die Masse des Einrades ist aber im Verhältnis zum Fahrer gering, insgesamt dürfte das Einrad den KSP des Fahrers etwas nach unten bringen. Dort sollte der KSP des Gesamtsystems liegen, eine genaue Berechnung steht aber noch aus.

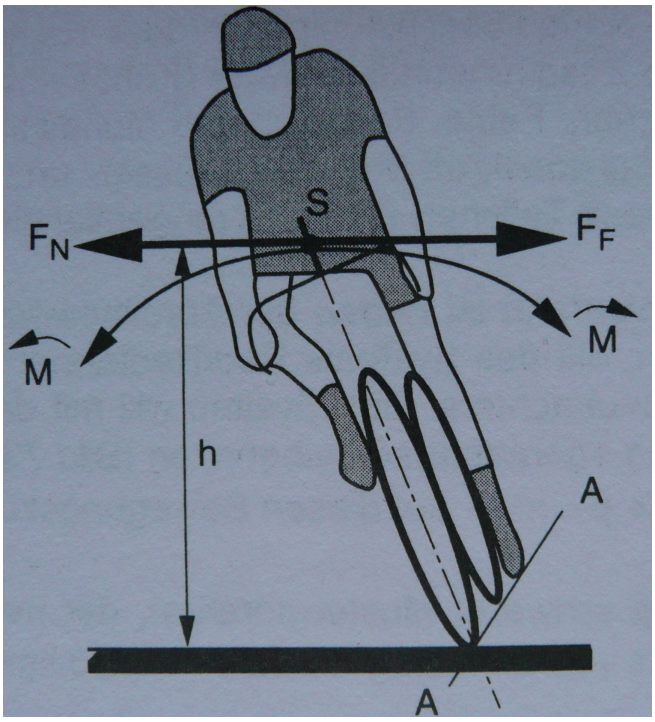
4 Bewegung

4.1 Fahren in der Kurve

Das Fahren in der Kurve beschreibt Gressmann (2002) ab Seite 83. Die dortigen Formeln und Kräfte gelten genauso auf dem Einrad:

Beim Einfahren in die Kurve erfährt der Fahrer die Fliehkraft F_F (auch als Zentrifugalkraft bezeichnet), die ihn nach außen drückt. Um den Reifenauflagepunkt A bildet sich das Drehmoment aus der Fliehkraft FF und dem Hebelarm h (vgl. Gressmann, 2002, S. 83). Der Fahrer richtet dieser Kraft automatisch die zur Kreismitte gerichtete Normalkraft F_N (auch Zentral-, Radial- oder Zentripetalkraft bezeichnet) entgegen. „Das dabei entstehende Aufrichtmoment $F_N \cdot h$ hebt das Kippmoment $F_F \cdot h$ auf“ (Gressmann, 2002, S. 84).

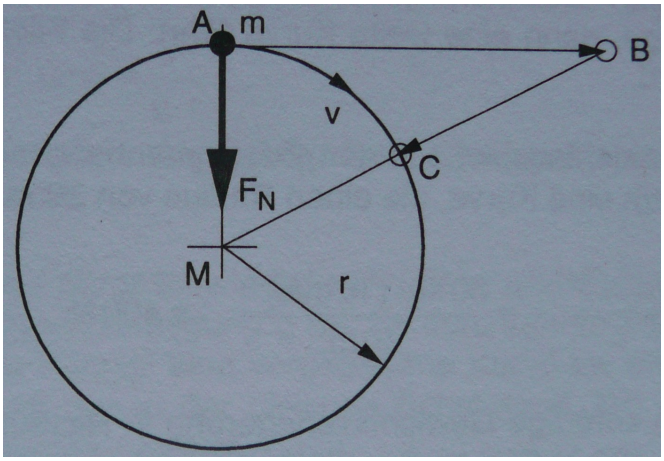
Abbildung 6: Kurvenfahren (Gressmann, 2002, Bild 74 - S. 84)



4.1.1 Die Berechnung der Fliehkraft

Abbildung 7 zeigt den Massepunkt m (das System Einrad und Fahrer), der sich mit einer Geschwindigkeit v auf einer Kreisbahn bewegt. Ohne die Wirkung der zum Kreismittelpunkt gerichteten Normalkraft F_N würde sich die Masse m tangential vom Punkt A zu Punkt B bewegen. Die Normalkraft F_N beschleunigt das System zum Kreismittelpunkt und in einer kleinen Zeitspanne Δt bewegt sich das System von A nach C (vgl. Gressmann, 2002, S. 84f).

Abbildung 7:
Berechnung der Fliehkraft F_F: Der Massepunkt m bei A soll das System Einrad/Fahrer darstellen, das mit der Geschwindigkeit v in Richtung C fährt. (Gressmann, 2002, Bild 75 - S. 85)



Der Weg von A nach C lässt sich auch durch zwei andere Bewegungen zusammengesetzt denken: „Zuerst die gleichförmige Bewegung von A nach B. Deren Länge ist $S_{(AB)} = v \cdot t$. Dann die zweite, beschleunigte Bewegung von B nach C mit der Länge $S_{(BC)} = ½ \cdot a \cdot t^2$." (Gressmann, 2002, S. 85)

Die Berechnung erklärt Gressmann ab S. 85f wie folgt:

Das Dreieck MAB ist rechtwinklig, daher gilt der Satz des Pythagoras:

$$(MA)^2 + (AB)^2 = (MB)^2$$
$$r^2 + (v \cdot t)^2 = (r + ½ \cdot a \cdot t^2)^2$$
$$v^2 = a \cdot r + ¼ \cdot a^2 \cdot t^2$$

Der Summand $¼ \cdot a^2 \cdot t^2$ ist sehr klein und in einer gedachten kleinen Zeitspanne Δt ist dieser Anteil zu vernachlässigen.

Aus der Gleichung $v^2 = a \cdot r$ ergibt sich für die Normalbeschleunigung a_n der Betrag:

$$a_n = \frac{v^2}{r} \quad \text{oder mit } \omega \cdot r \rightarrow a_n = \omega^2 \cdot r$$

Da die Beschleunigung a_n bekannt ist, lässt sich die Normalkraft F_N, die ins Zentrum wirkt, bestimmen:

$$F_N = m \cdot a_n = \frac{m \cdot v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$

Da die Fliehkraft F_F der Normalkraft F_N entspricht, gilt für die Fliehkraft der gleiche Betrag:

$$F_F = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

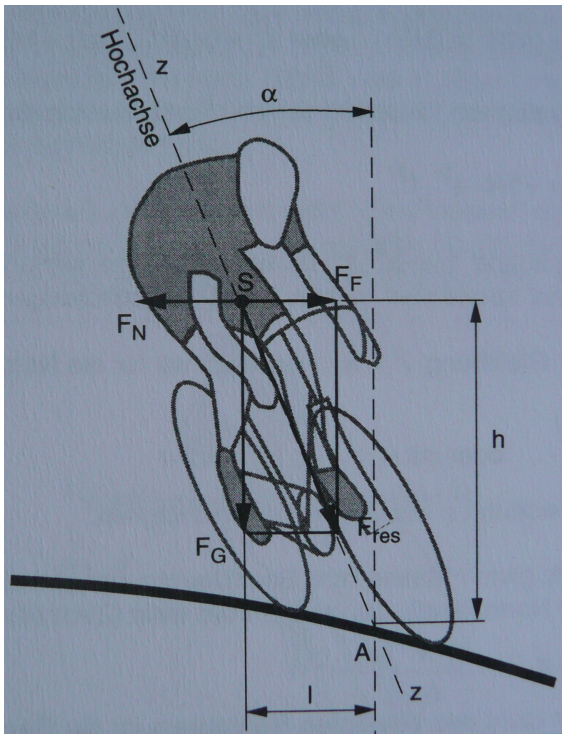
4.1.2 Gleichgewicht in der Kurve

Die Fliehkraft F_F gleicht der Fahrer durch die Neigung zur Kreismitte aus. Dazu neigt er sich im Winkel (siehe Abbildung 8), dass die Horizonalkomponente (F_N) seiner Gewichtskraft die Fliehkraft gerade aufhebt (vgl. Gressmann, 2002, S. 86).

Abbildung 8:
Gleichgewicht in der Kurve. Das Gleichgewicht ist dann erreicht, wenn die Resultierende F_{res} aus der Fliehkraft F_F und der Schwerkraft F_G durch die Verbindungslinie zwischen dem Reifenaustandspunkt hindurchgeht.

* Schräglagenwinkel*
S Schwerpunkt
F_F Fliehkraft
F_{res} resultierende Kraft auf die Straße
F_G Gewichtskraft
A Reifenaufstandspunkt

(Gressmann, 2002, Bild 76 – S.86)



Die Kräfte greifen im Schwerpunkt des Systems (Fahrer und Einrad) an (siehe auch Kapitel 3.3). Das Gleichgewicht wird erreicht indem die wirkenden Kräfte, also die Resultierende F_{res} aus der Gewichtskraft F_G und der Fliehkraft F_F, im Reifenaufstandspunkt A greifen. „Damit das System nicht umfällt, müssen sich die aus der Fliehkraft und der Gewichtskraft resultierenden Momente um den Reifenaufstandspunkt aufheben. Dann gilt: $F_G \cdot l = F_F \cdot h$“ (Gressmann, 2002, S. 86).

Zur Berechnung des Schräglagenwinkels α wird der Tangens benutzt (vgl. Gressmann, 2002, S. 87):

$$\tan = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{F_F}{F_G}$$

Setzt man für die Fliehkraft $F_F = m \cdot \frac{v^2}{r}$ und für die Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$ ein, so kann man für den Schräglagenwinkel auch schreiben: $\tan = \frac{v^2}{g \cdot r}$

„Diesen Neigungswinkel wählt der Fahrer gefühlsmäßig richtig. Sein Gleichgewichtsorgan meldet ihm sofort jede Abweichung der Fliehkraft“ (Gressmann, 2002, S. 87).

Die resultierende Kraftkomponente F_{res}, drückt den Reifen auf die Fahrbahn, und lässt sich mit dem Satz des Pythagoras ausrechnen:

$$F_{res}^2 = F_F^2 + F_G^2 \rightarrow F_{res} = \sqrt{F_F^2 + F_G^2}$$

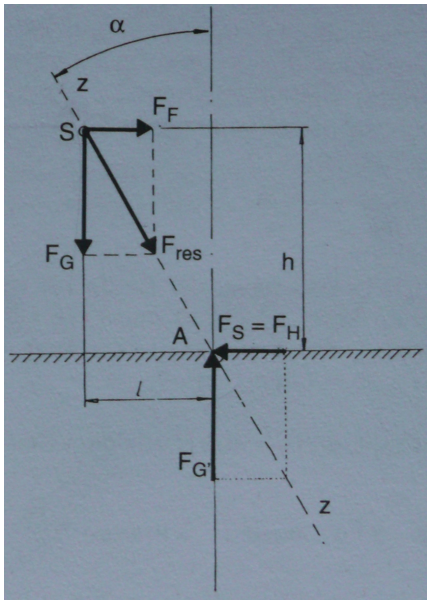
In folge der Schräglage baut sich eine Seitenführungskraft F_S auf, die dafür sorgt, dass das Einrad nicht seitlich wegrutscht. Der Betrag der Seitenführungskraft muss der Fliehkraft entsprechen, damit ein Gleichgewicht hergestellt werden kann (die Summe der horizontalen Kräfte muss Null sein): $F_S = F_F$ (vgl. Gressmann, 2002, S. 88).

Abbildung 9:
Die Wirkungslinie der resultierenden Kraft F_{res} ist gleichzeitig die Hochachse zz des Fahrers.

Die Kraft F_{res} wird entlang der Hochachse verschoben und trifft im Reifenaufstandspunkt A auf die Fahrbahn.

	Schräglagenwinkel
S	*Schwerpunkt*
F_F	*Fliehkraft*
F_{res}	*resultierende Kraft auf die Straße*
F_G	*Gewichtskraft*
F_S	*Seitenführungskraft (Querkraft, Haftreibungskraft)*
A	*Reifenaufstandspunkt*
zz	*Hochachse*

(Gressmann, 2002, Bild 77 – S.87)



4.1.3 Reibungskräfte in der Kurve

Die Seitenführungskraft F_S ist gleichzeitig die Haftreibungskraft F_H, die mindestens die Größe der Fliehkraft F_F haben muss, damit der Fahrer nicht wegrutscht (Gressmann, 2002, S. 88).

Die Haftreibungskraft F_H hängt von der senkrecht wirkenden Kraftkomponente F_G ab. Die Haftreibung lässt sich mit der Haftreibungszahl μ_H angeben (vgl. Gressmann, 2002, S. 88):

$$F_H = F_G \cdot \mu_H$$

Die maximale Haftreibung $\mu_{H(max)}$ liegt an, kurz bevor der Fahrer aus der Kurve rutscht und die Fliehkraft gleich der maximalen Haftreibungskraft entspricht (vgl. Gressmann, 2002, S. 88).

$$F_H = F_F = F_G \cdot \mu_{H(max)} \rightarrow \mu_{H(max)} = \frac{F_F}{F_G}$$

„Die Haftreibungszahl entspricht dem Tangens des Schräglagenwinkels!“ (Gressmann, 2002, S. 88).

4.1.4 Folgerungen für den Fahrer

Aus den obigen Erklärungen lassen sich Folgerungen für den Fahrer ableiten. Diesen Gesetzmäßigkeiten ist der Fahrer während der Kurve ausgesetzt. Beim Training sollten diese Aspekte beachtet und mit Ihnen gearbeitet werden.

- Die Fliehkraft wird größer, desto schneller die Kurve gefahren wird. Die Fliehkraft wächst quadratisch mit der Geschwindigkeit (vgl. Gressmann, 2002, S. 85).
- Aus der Formel $F_F = \frac{m \cdot v^2}{r}$ geht hervor, dass eine größere Masse auch eine größere Fliehkraft bedeutet (vgl. Gressmann, 2002, S. 86).

- Die Fliehkraft steigt, wenn der Kurvenradius kleiner wird (vgl. Gressmann, 2002, S. 86).
- „Der Schräglagenwinkel hängt von der Fahrgeschwindigkeit v (diese allerdings quadratisch), dem Kurvenradius r und der Fallbeschleunigung g ab. Es durchfahren also alle Fahrer unabhängig vom Gewicht und vom Fahrstil eine vorgegebene Kurve bei gleicher Geschwindigkeit (und am gleichen Ort) mit genau der gleichen Schräglage“ (Gressmann, 2002, S. 87).
- Allein der Reibwert μ_H zwischen Reifen und Fahrbahn bestimmen die mögliche Schräglage (vgl. Gressmann, 2002. S. 89).
- „Die maximale Kurvengeschwindigkeit hängt ... nur von der Haftreibungszahl $\mu_{H(max)}$, dem Kurvenradius r und der Erdbeschleunigung g ab“ (Gressmann, 2002, S. 89).
- „Mit steigendem Reifendruck sinkt die Haftreibung und damit die maximale Kurvengeschwindigkeit“ (Gressmann, 2002, S. 89).

4.1.5 Kurventechnik nach Davis Phinney

Was im Fahrradfahren erst noch erfunden werden musste, ist beim Einradfahren durch die kleineren Kurven, geringere Geschwindigkeit und hohe Manövrierfähigkeit die de facto Kurventechnik. Hierbei wird die Hüfte zum Kreismittelpunkt geschoben, wodurch sich der Schwerpunkt aus der Hochachse zz herausbewegt und den Winkel φ bildet (Davis Phinney hat diese Technik aus dem (Gelände-)Motorradfahren auf das Fahrradfahren übernommen).

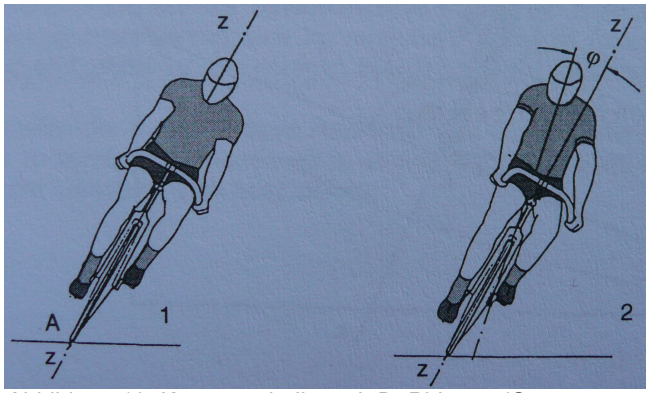


Abbildung 10: Kurventechnik nach D. Phinney (Gressmann, 2002, Bild 81 - S. 91)

Mit dieser Kurventechnik wird ein Hebelarm geschaffen, der es ermöglicht auf Geschwindigkeitsveränderungen und Kurvenkrümmungen zu reagieren. Das Kurvenäußere Bein kann dabei mehr Druck auf das Pedal ausüben und mit dem Kurveninneren Knie lassen sich schnell Gleichgewichtsschwankungen ausgleichen (vgl. Gressmann, 2002, S. 92).

5 Literatur

Gressmann, M. (2002). *Fahrradphysik und Biomechanik* (7. Auflage). Kiel: Moby Dick Verlag